B) Soit la fonction f définie par :

$\forall x \in]-1,0[\cup]0,+\infty[\ : f(x) = \dfrac{x}{\ln(1+x)}$; $f(0)=1$, $f(-1)=0$.

1°/ Montrer que f est continue sur $[-1,+\infty[$.

2°/ Etudier la dérivabilité de f.

3°/a) Etudier le signe de u : $]-1,+\infty[\to \mathbf{R} : x \mapsto \ln(1+x) - \dfrac{x}{1+x}$

b) Etudier les variations de f.

4°/a) Soit Δ la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A d'abscisse $x_0 = 0$.

Etudier la position de $\mathcal{C}_f$ et Δ.

b) Tracer $\mathcal{C}_f$ dans un plan P rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Exercice 4 :

A) Soit $\varphi : \mathbf{R} \to \mathbf{R} \ : \ x \mapsto 1 - x^2 - \ln x$

1°/ Etudier les variations de φ.

2°/ Calculer $\varphi(1)$. En déduire le signe de $\varphi(x)$.

B) Soit $f : \mathbf{R}_+^* \to \mathbf{R} \ : \ x \mapsto \dfrac{\ln x}{x} - x$.

1°/ Etudier les variations de f.

2°/a) Montrer que la courbe (C) de f admet une asymptote oblique D.

b) Etudier la position de (C) et D.

3°/ Tracer dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe (C) de f .

Exercice 5 :

Soit la fonction g définie sur $\mathbf{R}_+$ par : $g(x) = \dfrac{2x^2}{x^2+1} - \ln(x^2+1)$.

1°/ Etudier les variations de g sur $\mathbf{R}_+$.

2°/ Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet deux solutions : 0 et α et que $1 < \alpha < 2$.

3°/ Etudier le signe de $g(x)$.